

1. BASHKËSIA . LOGJIKA.

$A = \{1, 2, 3\}$ $1 \in A$; $2 \in A$; $5 \notin A$

1, 2, 3 janë elementet e bashkësisë A.

5 nuk është element i bashkësisë A

Bashkësi të barabarta:

$$[(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \wedge (\forall x \in B \Rightarrow x \in A)] \Leftrightarrow A = B$$

Bashkësia boshe është bashkësia që nuk ka asnjë element. Shënohet Φ .

Nënbashkësia e një bashkësie

$(\forall x \in B \Rightarrow x \in A) \Rightarrow B \subset A$. **Bashkësia me n elemente ka 2^n nënbashkësi.**

1) $\Phi \subset A$; 2) $A \subset A$; 3) $(A \subset B) \wedge (B \subset A) \Rightarrow A = B$; 4) $(A \subset B) \wedge (B \subset C) \Rightarrow A \subset C$

Bashkimi i bashkësive: $A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$. (Fig.1.1)

Prerja e bashkësive: $A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$. (Fig.1.2)

Fig. 1.1

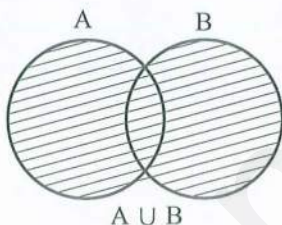
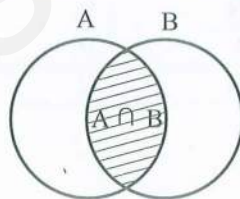


Fig. 1.2



Vetitë:

1) $A \cup A = A$; 2) $A \cup B = B \cup A$; 3) $A \cap A = A$; 4) $A \cap B = B \cap A$; 5) $A \cup \Phi = A$; 6) $A \cap \Phi = \Phi$

7) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$; 8) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

9) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 10) $n(A \setminus B) = n(A) - n(A \cap B)$

Plotësi i një bashkësie. $C_A^E = \{x / x \in E \wedge x \notin A\}$ (Fig.1.3)

Ndryshesa e bashkësive $A \setminus B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$ (Fig.1.4)

Fig. 1.3

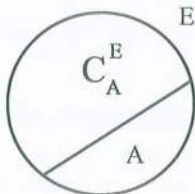
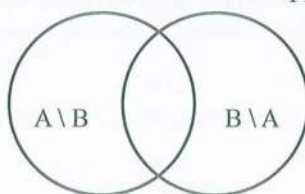


Fig. 1.4



Prodhimi kartezian i bashkësive:

$$A \times B = \{(x,y) / x \in A \wedge y \in B\}$$

$$A = \{1,2,3\}; B = \{a,b\}; A \times B = \{(1,a);(1,b);(2,a);(2,b);(3,a);(3,b)\}$$

$$A \times B \neq B \times A$$

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B) = n(B) \cdot n(A) = n(B \times A)$$

Logjika

Pohimi (p) ; *mohimi* ($\bar{p}$)

P	$\bar{p}$
V	R
R	V

Disiunksioni, koniunksioni, implikimi. Vlerat e vërtetësisë.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$\bar{p}$	$\bar{p} \vee q$
V	V	V	V	V	R	V
V	R	R	V	R	R	R
R	V	R	V	V	V	V
R	R	R	R	V	V	V

$$p \Rightarrow q \cong \bar{p} \vee q$$

Ligjet logjike:

1) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{q} \Rightarrow \bar{p})$. Ligji i kundërvendosjes.

2) $[\bar{p} \Rightarrow (q \wedge \bar{q})] \Rightarrow p$. Ligji i absurditetit

3) $(\bar{p} \vee q) \Leftrightarrow \bar{p} \wedge \bar{q}$. Ligji i parë i Morganit.

4) $\overline{p \wedge q} \Leftrightarrow \bar{p} \vee \bar{q}$. Ligji i dytë i Morganit.

5) $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$. Modus ponens.

6) $[(p \Rightarrow q) \wedge \bar{q}] \Rightarrow \bar{p}$. Modus tollens.

TESTI 1. BASHKËSIA. LOGJIKA

1. Jepet $A \cap B = \{a, b, c\}$ dhe $A \cap C = \{a, b, c, d, e\}$. Sa elemente ka bashkësia $A \cap (B \cup C)$?

Zgjidhje:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) = \{a, b, c, d, e\}. \text{Rrjedhimisht}$$

$$n\{A \cap (B \cup C)\} = 5$$

2. Jepet $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ dhe $A \cup C = \{b, c, e, f\}$. Gjej bashkësinë $A \cup (B \cap C)$.

Zgjidhje:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{b, c\}$$

3. Jepet $A = \{x / -3 < x < 3; x \in \mathbb{Z}\}$ dhe $B = \{x / x^2 \leq 9; x \in \mathbb{Z}\}$. Gjej $A \cap B$.

Zgjidhje:

$$\text{Meqë } A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

4. Jepet $n(A \cap B) = 6$; $n(A) = n(B)$ dhe $n(A \cup B) = 14$. Gjej numrin e nënbashkësive të bashkësisë B .

Zgjidhje:

$$\text{Kemi: } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 14 = 2n(B) - 6 \Rightarrow n(B) = 10.$$

Rrjedhimisht numri i nënbashkësive të B është $2^{10} = 1024$

5. Jepet $n(A) = 12$; $n(B) = 10$ dhe $n(A \cup B) = 18$. Gjej $n(A \setminus B)$.

Zgjidhje:

Kemi:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 12 + 10 - 18 = 4.$$

Nga figura 1 kemi:

$$n(A \setminus B) = n(A) - n(A \cap B) = 12 - 4 = 8$$

6. Jepet $n(A) = 5n(B)$; $n(A \setminus B) = 21$ dhe $n(A \cap B) = 4$. Gjej $n(B \setminus A)$.

Zgjidhje:

Nga figura 1.5 kemi:

$$n(A) = n(A \setminus B) + n(A \cap B) = 21 + 4 = 25 = 5n(B) \Rightarrow n(B) = 5 \text{ nga ku}$$

$$n(B \setminus A) = n(B) - n(B \cap A) = 5 - 4 = 1$$

7. Sa elemente ka bashkësia $A = \{(x, y) / x^2 + y^2 = 5; x, y \in \mathbb{Z}\}$?

Zgjidhje:

Elemente të bashkësisë së kërkuar janë çiftet $(1, 2)$; $(-1, 2)$; $(1, -2)$; $(-1, -2)$; $(2, 1)$; $(-2, 1)$; $(2, -1)$; $(-2, -1)$. Gjithsej 8.

8. $A \cup B$ ka 128 nënbashkësi, ndërsa $A \cap B$ ka 2 nënbashkësi. Jepet $n(B \setminus A) = 3$. Gjej $n(A \setminus B)$.

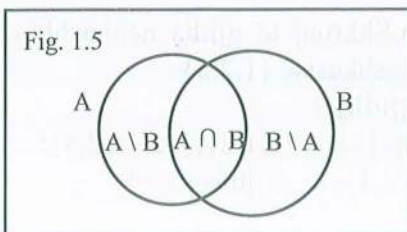
Zgjidhje:

Numri i nënbashkësive të një bashkësie të dhënë është 2^n . Kemi: $2^n = 128 \Rightarrow n = 7$ dhe $2^m = 2 \Rightarrow m = 1$. Kemi:

$$n(A \cup B) = n(A \setminus B) + n(B \setminus A) + n(A \cap B) \Rightarrow n(n(A \setminus B)) = 7 - 3 - 1 = 3 \text{ elemente.}$$

9. Në një grup nxënësish 35% mësojnë matematikë dhe 75% mësojnë kimi. 4 nxënës mësojnë edhe matematikë edhe kimi. Çdo

Fig. 1.5



nxënës mëson të paktën një lëndë.
Sa nxënës mësojnë vetëm matematikë?

Zgjidhje : Kemi:

$$n(M \cup K) = n(M) + n(K) - n(M \cap K)$$

$$100 = 35 + 75 - n(M \cap K) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(M \cap K) = 10\% \text{ që janë 4 nxënës.}$$

Rrjedhimisht klasa ka 40 nxënës nga të cilët $40 \cdot 35\% = 14$ nxënës mësojnë matematikë. Meqë 4 prej tyre mësojnë edhe kimi, del që 10 nxënës mësojnë vetëm matematikë.

10. Në një grup prej 39 nxënësish, numri i nxënësve që luajnë futboll është 2 herë më i madh se numri i nxënësve që luajnë volejball. 9 nxënës i luajnë të dy sportet. Sa nxënës luajnë vetëm futboll?

Zgjidhje :

Kemi:

$$n(F \cup V) = n(F) + n(V) - n(F \cap V) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 39 = 3n(V) - 9 \Rightarrow n(V) = 16 \Rightarrow n(F) = 32$$

Nga këta 9 i luajnë të dy sportet është që $32 - 9 = 23$ nxënës luajnë vetëm futboll.

11. Jepet $n(A) = 8$; $n(B) = 10$
 $n(A \cup B) = 16$. Gjej $n(A \setminus B)$.

Zgjidhje:

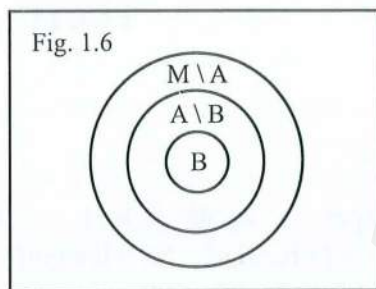
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow$$

$$n(A \cap B) = 8 + 10 - 16 = 2$$

$$n(A \setminus B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 2 = 6$$

12. Jepet $B \subset A \subset M$; $n(A \setminus B) = 3n(B)$;
 $n(M \setminus A) = 2n(A) + 1$. Cili është numri minimal i elementeve të bashkësisë M?

Zgjidhje:



Shënojmë $n(B) = x$. Kemi:

$$n(A \setminus B) = 3x \text{ dhe } n(M \setminus A) = 8x + 1.$$

$$n(M) = n(B) + n(A \setminus B) + n(M \setminus A) =$$

$$= x + 3x + 8x + 1 = 12x + 1. \text{ Vlera më e vogël e } x \text{ është } 1, \text{ rrjedhimisht numri minimal i elementeve të bashkësisë } M \text{ është } 12.$$

13. Jepet $n(A \cap B) = x - 2$; $n(A) = 2x + 1$;
 $n(B) = x + 1$. Numri i nënbashkësive të $A \cup B$ është 1024. Gjej $n(A \setminus B)$.

Zgjidhje:

$$\text{Kemi } 2^n = 1024 \Rightarrow n = 10.$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 = 2x + 1 + x + 1 - x + 2 \Rightarrow x = 3.$$

$$n(A) = 7 \text{ dhe } n(A \cap B) = 1.$$

$$n(A \setminus B) = n(A) - n(A \cap B) = 7 - 1 = 6$$

14.

$$A \times B = \{(1,2); (2,2); (3,3); (3,2); (2,3); (1,3)\}. \text{ Gjej } A \cap B.$$

Zgjidhje:

Nga kushti gjejmë:

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ dhe } B = \{2, 3\}, \text{ nga ku}$$

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

15. Shkruaj të gjitha nënbashkësitë e bashkësisë $\{1, 2, 3\}$.

Zgjidhje:

$$\{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1, 2\}; \{1, 3\}; \{2, 3\};$$

$$\{1, 2, 3\}; \Phi. \text{ Gjithsej } 2^3 = 8.$$

N.q.s deshironi qe te aksesoni materialin e plote,
se bashku me shume materiale te tjera, klikoni ne
linkun e meposhtem

www.mesoj.net